

# PROPAGAÇÃO DA ORIENTAÇÃO ESPACIAL DE SATÉLITES ESTABILIZADOS POR ROTAÇÃO, COM TORQUE INDUZIDO.

Carlos Edilson Chiaradia, Maria Cecília F. Paula Santos Zanardi, Lucirene Vitória Góes França. – Engenharia Aeroespacial – Licenciatura em Física – Departamento de Matemática - UNESP-Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá.

Este trabalho está relacionado com a propagação de atitude de satélites estabilizados por rotação em órbita circular, quando o torque devido às correntes de Foucault é incluído nas equações do movimento.

Os componentes do torque induzido médio foram determinados em um sistema fixo do satélite, o qual acompanha a rotação do satélite, assumindo o modelo de quadripolo para descrever o campo geomagnético. Observa-se que este torque possui componentes não nulas nos três eixos coordenados, contribuindo para o decaimento exponencial da velocidade de rotação e para deriva e precessão do eixo de rotação.

As equações do movimento de satélites estabilizados por rotação são descritas em termos do módulo da velocidade de rotação ( $W$ ), da ascensão reta ( $\alpha$ ) e a declinação ( $\delta$ ) do eixo de rotação do satélite, que posicionam o eixo de rotação do satélite com relação ao sistema inercial.

Nas equações do movimento rotacional são necessários os componentes dos torques externos em um sistema fixo no satélite. O torque externo considerado neste trabalho é o torque magnético devido às correntes de Foucault (torque induzido), o qual ocorre em consequência do movimento de rotação do satélite e das correntes induzidas de Foucault que circulam pela superfície metálica do mesmo. Este torque é dado por (WERTZ, 1978):

$$\vec{N}_i = p \vec{B} \times (\vec{B} \times \vec{W}), \quad (1)$$

em que  $\vec{W}$  é a velocidade angular de rotação,  $\vec{B}$  é o campo geomagnético local e  $p$  é um coeficiente que depende da geometria do satélite e da condutividade da matéria, denominado parâmetro de Foucault.

Os componentes do torque induzido no sistema fixo no satélite já foram determinados por bolsistas anteriores (FRANÇA, 2006; TOLEDO, 2005). Estes componentes foram incluídos nas equações do movimento relacionadas com a ascensão reta e declinação do eixo de rotação do satélite, sendo que uma solução analítica foi determinada em trabalhos anteriores (FRANÇA, 2006). Esta solução foi determinada aplicando o método de aproximações sucessivas até 1ª ordem, é válida para um período orbital, e assume a forma:

$$\delta = \delta_0 + K_1 t, \quad (2)$$

$$\alpha = \alpha_0 + K_2 t, \quad (3)$$

sendo:

$$K_1 = \frac{N_{ym}}{2\pi I_z W_0}, \quad (4)$$

$$K_2 = \frac{N_{xm}}{2\pi W_0 I_z \cos \delta_0}. \quad (5)$$

Os componentes do torque induzido médio  $N_{xm}$ ,  $N_{ym}$ , dependem da velocidade de rotação  $W$ , do parâmetro de Foucault  $p$ , dos coeficientes Gaussianos associados ao campo geomagnético, da longitude geográfica do vetor posição, do módulo do vetor posição (constante pois a órbita é circular), do raio equatorial da Terra, da inclinação  $I$ , da longitude do nodo ascendente  $\Omega$ , da ascensão reta  $\alpha$  e declinação  $\delta$  do eixo de rotação.

A solução analítica para a ascensão reta e declinação foi implementada numericamente para os dados dos Satélites Brasileiros de Coleta de Dados SCD1 e SCD2 para um período de diversos dias. Nestas simulações numéricas foi incluída a variação linear da longitude do nodo ascendente, associada ao efeito do achatamento da Terra. Em cada simulação tanto os elementos orbitais como o módulo da velocidade de rotação, ascensão reta e declinação do eixo de rotação foram atualizados diariamente no propagador de atitude desenvolvido, utilizando os dados fornecidos pelo Centro de Controle de Satélites (CCS) do INPE – São José dos Campos. Os resultados obtidos pela teoria desenvolvida foram comparados com os dados do INPE a cada 24 horas e todas as simulações foram desenvolvidas com o software MATLAB. No propagador de atitude implementado não foi incluída a variação da velocidade de rotação devido ao torque induzido, de modo que durante o período de simulação de 24 horas a velocidade de rotação  $W$  foi admitida constante e igual à 0 hs do dia em questão.

A simulação para o satélite SCD1 foi realizada para um período de 10 dias, iniciando no dia 24/07/1993. A tabela 1 apresenta os resultados obtidos para a ascensão reta e declinação do eixo de rotação, juntamente com os dados fornecidos pelo CCS/INPE e os desvios encontrados entre os valores de  $\alpha$  e de  $\delta$  fornecido pelo CCS( $\alpha_p$ ,  $\delta_p$ ) e os valores calculados para o SCD1( $\alpha_c$ ,  $\delta_c$ ).

**Tabela 1:** Resultados obtidos nas simulações para o satélite SCD1

Dias	$\alpha_{\text{calculado}}$	$\alpha_{\text{inpe}}$	$\delta_{\text{calculado}}$	$\delta_{\text{inpe}}$	$\alpha_p - \alpha_c$ (°)	$\delta_p - \delta_c$ (°)
24/ 07/ 93	234,1000	234,1000	77,3000	77,3000	0,0000	0,0000
25/ 07/ 93	234,1067	233,7400	77,2749	77,6900	-0,3667	0,4151
26/ 07/ 93	233,7499	233,5400	77,6696	78,0900	-0,2099	0,4204
27/ 07/ 93	233,5541	233,5300	78,0727	78,5000	-0,0241	0,4272
28/ 07/ 93	233,5485	233,7300	78,4839	78,9300	0,1815	0,4461
29/ 07/ 93	233,7563	234,1400	78,9080	79,3500	0,3837	0,4420
30/ 07/ 93	234,1701	234,8300	79,3204	79,7800	0,6599	0,4596
31/ 07/ 93	234,8640	235,8000	79,7378	80,2000	0,9360	0,4621
01/ 08/ 93	235,8371	237,1200	80,1439	80,6000	1,2829	0,4561
02/ 08/ 93	237,1585	238,8200	80,5329	80,8900	1,6615	0,3571

A simulação para o satélite SCD2 foi realizada para um período de 11 dias, iniciando no dia 01/02/2002. A tabela 2 apresenta os resultados obtidos para a ascensão reta e declinação do eixo de rotação, juntamente com os dados fornecidos pelo CCS/INPE e os desvios encontrados entre os valores de  $\alpha$  e de  $\delta$  fornecido pelo CCS( $\alpha_p$ ,  $\delta_p$ ) e os valores calculados para o SCD2( $\alpha_c$ ,  $\delta_c$ ).

**Tabela 2:** Resultados obtidos nas simulações para o satélite SCD2.

Dias	$\alpha_{\text{calculado}}$	$\alpha_{\text{inpe}}$	$\delta_{\text{calculado}}$	$\delta_{\text{inpe}}$	$\alpha_p - \alpha_c$ (°)	$\delta_p - \delta_c$ (°)
01/02/02	281,7000	281,7000	62,7400	62,7400	0,0000	0,0000
02/02/02	281,7019	281,5300	62,7298	62,9800	-0,1719	0,2502
03/02/02	281,5311	281,3800	62,9776	63,2100	-0,1511	0,2324
04/02/02	281,3803	281,2800	62,2106	63,4300	-0,1003	1,2194
05/02/02	280,0500	280,0500	63,3900	63,3900	0,0000	0,0000
06/02/02	280,0496	280,0600	63,3846	63,4600	0,0104	0,0754
07/02/02	280,0597	280,0900	63,4518	63,5300	0,0303	0,0782
08/02/02	280,0899	280,1300	63,5212	63,5800	0,0401	0,0588
09/02/02	280,1306	280,1800	63,5730	63,6300	0,0497	0,0570
10/02/02	280,1807	280,2500	63,5900	63,6700	0,0693	0,0800
11/02/02	280,2513	280,3100	63,5883	63,7000	0,0587	0,1117

Verifica-se que os resultados encontrados para a ascensão reta e declinação do eixo de rotação dos satélites SCD1 e SCD2 tiveram boa aproximação com os dados do INPE, com a média de erro da ascensão reta sendo de  $0,4505^\circ$  e para declinação sendo de  $0,3886^\circ$ , com desvio padrão da média em  $\alpha$  sendo de  $0,6707(^\circ)$  e o desvio padrão da média em  $\delta$  sendo de  $0,1400(^\circ)$  para o SCD1 e de  $-0,0145^\circ$  para a ascensão reta e  $-0,1966^\circ$  para a declinação, com desvio padrão da média em  $\alpha$  sendo de  $0,0856(^\circ)$  e em  $\delta$  sendo de  $0,3487(^\circ)$  para o SCD2. O melhor comportamento para o SCD2 pode ser justificado pelo fato de que houve a atuação do controle durante o período considerado e pelo fato da velocidade de rotação ter variado muito pouco para o período em que se propagou numericamente as soluções analíticas. A variação da velocidade de rotação foi de aproximadamente  $0,02\text{rpm}/\text{dia}$  para o SCD2 ao passo que a variação da velocidade de rotação para o SCD1 foi de  $0,1\text{rpm}/\text{dia}$ , o que justifica admitir a velocidade constante durante um período de 24 horas. Porém estas pequenas variações tiveram influências consideráveis nos resultados encontrados, evidenciado no caso do SCD1, que teve média de erro maior que o SCD2, devido a sua velocidade de rotação ter variado mais no período considerado. Isso evidencia a importância de se incluir um modelo para a variação da velocidade de rotação ao longo das 24 horas de cada dia da simulação, obtendo assim um modelo mais preciso em relação ao comportamento real do satélite.

De um modo geral e dentro das limitações da teoria desenvolvida os resultados demonstram-se adequados para serem utilizados em uma análise prévia de missão de satélites estabilizados por rotação.

#### **Referências bibliográficas**

- FRANÇA, L. V. G. Dinâmica de Atitude de Satélites Artificiais, Relatório Parcial do PIBIC 2005/2006. FEG/UNESP, 2006.
- TOLEDO, F. A. Dinâmica da Atitude de Satélites Artificiais, Relatório Parcial do PIBIC 2005/2006. FEG/UNESP, 2005.
- WERTZ, J.R. Spacecraft Attitude Determination and Control. London, Reidel, vol. 73, 1978.